

ทางเลือกใหม่ของการทดลองกฎของฮุก A New Alternative of Hooke's Law Experiment

นัฐชยพงศ์ ธีรัชตระกูล^{1*}
Natchayapong Teerachtragoon^{1*}

บทคัดย่อ

ในรายงานฉบับนี้ ได้เสนอทางเลือกใหม่ในการทดลองกฎของฮุก โดยเพิ่มเติมการหาค่าแรงดึงเริ่มต้น ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่สปริงกับความยาวของสปริง การหาค่าคงที่สปริงที่ต่อแบบอนุกรมโดยใช้สปริงเพียงเส้นเดียว นอกจากนั้นยังได้หาค่ามอดูลัสเฉือนของวัสดุที่ใช้ทำสปริงด้วย จากการทดลองได้ผลลัพธ์ที่น่าพอใจและสอดคล้องกับการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีเป็นอย่างดี การจัดชุดการทดลองที่เรียบง่ายได้ผลลัพธ์ที่แม่นยำและมีประโยชน์ทางการศึกษา ทำให้การทดลองนี้น่าสนใจและเป็นประโยชน์สำหรับนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัยชั้นปีที่ 1

คำสำคัญ: กฎของฮุก แรงดึงเริ่มต้น มอดูลัสเฉือน

Abstract

In this paper, a new alternative approach to Hooke's law experiment was proposed. The initial extension constant value, the correlation between spring constant value and its length, springs connected in series with a single spring were studied and experimented. The shear modulus of spring materials was also calculated. The experiment was successful and in accord with the theoretical analysis. This uncomplicated experimental process offers an accurate result and benefits for the first-year university science students.

Keywords: Hooke's law, initial tension, shear modulus

บทนำ

สปริงเป็นอุปกรณ์ยืดหยุ่นที่ถูกนำไปใช้งานที่หลากหลายสามารถพบเห็นได้ในอุปกรณ์ต่าง ๆ มากมายในชีวิตประจำวัน (Vishalashi, 2017; Gluck, 2010) มีการเรียนทั้งภาคทฤษฎีฟิสิกส์ระดับมูลฐาน และปฏิบัติเกี่ยวกับสปริงโดยอาศัยกฎของฮุก ซึ่งเป็นการพิจารณาจากสปริงในอุดมคติ (ideal spring) มีลักษณะเฉพาะว่าเป็นสปริงเบา คือ ไม่มีมวล และในขณะเริ่มต้นเมื่อยังไม่มีแรงภายนอกกระทำ ตัวสปริงเองก็จะมีไม่มีแรงภายในหรือที่เรียกว่า แรงดึงเริ่มต้น (initial tension) ไต ๆ ทั้งสิ้น แต่ในความเป็นจริงแล้วสปริงที่ใช้งานทั่วไปนั้นในขณะที่ยืดถูกสร้างขึ้นต้องมีแรงบังคับให้มันมีความเป็นสปริงที่มีความยืดหยุ่นตามที่ต้องการ (Associated Spring® Barnes Group Inc., 2005) ซึ่งในการเรียนทฤษฎีฟิสิกส์ระดับพื้นฐานตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาจนถึงระดับอุดมศึกษา (Sears *et al.*, 1976) หลักสิ่งที่จะต้องกล่าวถึงแรงดึงเริ่มต้นแต่แรงดังกล่าวนี้เป็นที่รู้จักกันดีในด้านวิศวกรรม (Euler, 2008) เมื่อมาดูในด้านการทดลองจะพบว่าในระดับมัธยมเป็นการหาค่าคงที่สปริง (spring's constant) ตามกฎของฮุก ซึ่งเป็นวิธีการทดลองมาตรฐานทั่วไป กล่าวคือ เป็นการวัดระยะยืดของสปริง (Elongation) ในสภาวะสมดุลเมื่อใส่มวลถ่วง (Force) ที่ปลายด้านหนึ่ง เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กระทำกับสปริงกับระยะยืด สำหรับการทดลองในระดับอุดมศึกษา จะเพิ่มการหาค่าคงที่สปริงด้วยวิธีเชิงพลวัต (dynamic method) โดยการวัดคาบการแกว่งกวัดแบบฮาร์มอนิกส์ของระบบมวล-สปริงในแนวการยืด-หดของสปริง (Boscolo, 2011; Eduardo and Gesnouin, 2007; Glaser, 1991)

¹ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์ลำปาง ลำปาง 52190

¹ Faculty of Science and Technology, Thammasat University, Lampang Center, Lampang, 52190

*Corresponding author: e-mail: natchayapong@hotmail.com

Received: January 13, 2021, Accepted: March 27, 2021, Published: June 11, 2021



ในรายงานฉบับนี้นอกจากจะนำเสนอการทดลอง เพื่อหาค่าคงที่สปริงด้วยกฎของฮุคที่อยู่บนพื้นฐานของวิธีมาตรฐานทั่วไปแล้ว ยังได้ปรับปรุงการทดลองขึ้นใหม่สำหรับการเรียนปฏิบัติการในระดับอุดมศึกษา เพื่อให้ครอบคลุมถึงปริมาณที่เกี่ยวข้องเพิ่มขึ้น ได้แก่ เส้นผ่าศูนย์กลางของสปริง เส้นผ่าศูนย์กลางของลวดสปริง จำนวนขดของสปริง ค่าความยืดหยุ่นของวัสดุที่ใช้ทำสปริง (Triana and Fajardo, 2013) เพื่อให้เห็นความเชื่อมโยงกับค่าความยืดหยุ่นของวัสดุที่ใช้ในการทำสปริงด้วย ซึ่งค่าคงที่สปริง (k) หาได้จากสมการที่ (1)

$$k = (mg) / \Delta L \dots\dots\dots (1)$$

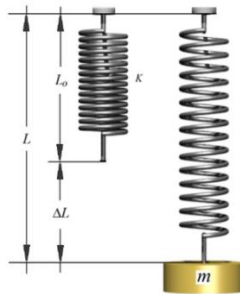
เมื่อ m เป็นมวลที่ใช้ถ่วงให้สปริงยืดออกจากเดิมเป็นระยะ ΔL

หากนำสปริงที่มีค่าคงที่ k มาแบ่งเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน จะพบว่าแต่ละส่วนจะมีค่าคงที่สปริงเป็น $2k$ และในทำนองเดียวกัน ถ้าความยาวของสปริงเพิ่มขึ้นจากเดิมสองเท่า ค่าคงที่สปริงของมันจะลดลงครึ่งหนึ่งเป็น $k/2$ (Sema and Joshi, 2011) ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่สปริงกับความยาวจะเขียนได้เป็นสมการที่ (2)

$$k = \frac{\alpha}{L_0} \dots\dots\dots (2)$$

เมื่อ α เป็นค่าคงที่ ที่ขึ้นอยู่กับวัสดุที่ใช้ในการทำสปริง

นอกจากนี้ยังขึ้นกับปัจจัยอื่น ๆ อีกได้แก่ ขนาดของเส้นผ่าศูนย์กลางของสปริง และ L_0 เป็นความยาวของสปริง (ภาพที่ 1)



ภาพที่ 1 หลักการหาค่าคงที่สปริงด้วยกฎของฮุค

ในกรณีที่น่าสปริงจำนวน n ตัว มาต่ออนุกรมกัน ค่าคงที่สปริงสุทธิ จะหาได้จากสมการที่ (3)

$$\frac{1}{k} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \dots\dots\dots (3)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่สปริงกับมอดูลัสเฉือน

ค่าคงที่ของสปริงจะเกี่ยวข้องกับสมบัติของความยืดหยุ่นของวัสดุที่ใช้ทำสปริงที่เรียกว่า ค่ามอดูลัส (modulus) เมื่อนำสปริงมาแขวนและนำมวลมาติดกับที่ปลายด้านล่างของสปริง น้ำหนักของมวลจะทำให้สปริงยืดออกในแนวตั้ง เมื่อพิจารณาที่ขดลวดของสปริงซึ่งวางแนวเกือบจะอยู่ในแนวราบ ดังนั้น แรงที่กระทำกับขดลวดแต่ละขดจะทำให้เกิดมอดูลัสเฉือน (shear modulus) พิจารณาที่ขดลวดอันล่างของสปริงตามภาพที่ 2 จะได้ $dy = R d\theta$ เมื่ออินทิเกรตแล้วจะได้ $y = R\theta$ เมื่อ y เป็นระยะยืดเชิงเส้น θ เป็นระยะยืดเชิงมุม และเนื่องจากค่าแรงบิดแต่ละขดของสปริงคงที่เท่ากัน (Richard sand Nisbett, 2011) กำหนดโดยสมการที่ (4)

$$\tau = \frac{\pi S a^4}{32 l} \dots\dots\dots (4)$$

เมื่อ S คือ มอดูลัสเฉือนของวัสดุที่ใช้ทำสปริง

a เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางของลวดสปริง

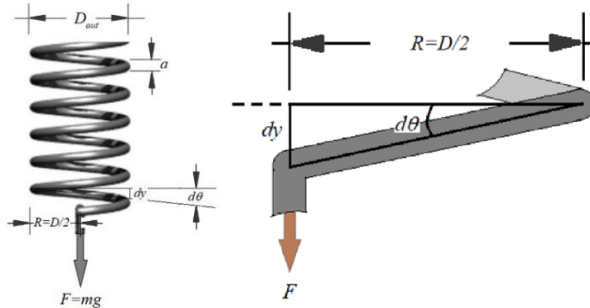
l เป็นความยาวของลวดที่ใช้ทำสปริง (ไม่ใช่ความยาวของสปริง)

ในขณะที่ระบบอยู่ในสภาวะสมดุลสถิต (อยู่นิ่ง) พลังงานที่สะสมอยู่ในสปริง (Sear, et al., 1976) ดังสมการที่ (5)

$$\frac{ky^2}{2} = \frac{\tau\theta^2}{2} \text{ หรือ } ky^2 = \tau\theta^2 \dots\dots\dots (5)$$

จากสมการ (4) และ $\theta = y/R$ จะได้สมการที่ (6) โดยปริมาณที่เกี่ยวข้องที่ใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่สปริงกับมอดูลัสเฉือน ดังภาพที่ 2

$$k = \frac{\pi Sa^4}{8\ell D^2} \dots\dots\dots (6)$$



ภาพที่ 2 ปริมาณที่เกี่ยวข้องที่ใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่สปริงกับมอดูลัสเฉือน

เมื่อนำลวดยาว ℓ มาขดเป็นสปริงที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางเฉลี่ย D และมีจำนวน N รอบ จะเขียน ℓ ได้เป็น $\ell = \pi DN$ นำไปแทนลงในสมการ (6) จะได้สมการที่ (7)

$$k = \frac{Sa^4}{8ND^3} \dots\dots\dots (7)$$

โดยที่ $D = D_{out} - a$

เมื่อ D_{out} คือ เส้นผ่าศูนย์กลางภายนอกของสปริง

เมื่อแทนค่า k จากสมการ (1) ลงในสมการ (7) จะได้สมการที่ (8)

$$mg = F = \left(\frac{Sa^4}{8ND^3} \right) \Delta L \dots\dots\dots (8)$$

โดยจำนวนขดลวดของสปริง (N) หาได้จากสมการที่ (9)

$$N = \frac{L_0}{a} \dots\dots\dots (9)$$

เมื่อ L_0 คือ ความยาวของสปริง

a คือ เส้นผ่าศูนย์กลางของลวดสปริง

วัตถุประสงค์การวิจัย

ปรับปรุงปฏิบัติการฟิสิกส์พื้นฐานเกี่ยวกับกฎของฮุคระดับอุดมศึกษา เพื่อแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความยาวกับค่าคงที่สปริง แรงดึงเริ่มต้น การหาค่าคงที่สปริงรวมในกรณีที่น่าสปริงมาต่ออนุกรมกันโดยใช้สปริงเพียงตัวเดียว และการหาค่ามอดูลัสเฉือนของวัสดุที่ใช้ทำสปริง

ระเบียบวิธีวิจัย

เครื่องมือและอุปกรณ์ ที่ใช้สำหรับในงานวิจัยนี้ ได้แก่

1. ดิจิทัล เวอร์เนียร์ คาลิปเปอร์ ยี่ห้อ DoTopic ที่มีความละเอียด 0.01 mm
2. ดิจิทัล ไมโครมิเตอร์ ยี่ห้อ INSIZE ที่มีความละเอียด 0.001 mm
3. เครื่องชั่ง ดิจิทัล ยี่ห้อ Sartorius รุ่นBSA3202S-CW ที่มีความละเอียด 0.01 g

วิธีการทดลอง

เริ่มต้นด้วยการวัดปริมาณพื้นฐานของสปริงและมวลที่จะใช้ในการถ่วงสปริงให้ยืด ดังนี้

1. ใช้ดิจิทัลเวอร์เนียร์ คาลิปเปอร์ วัดความยาวและเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกของสปริง
2. ใช้ดิจิทัลไมโครมิเตอร์ วัดเส้นผ่าศูนย์กลางของลวดสปริง
3. คำนวณจำนวนรอบของสปริงด้วยสมการ (9) ได้ $N = 60$ รอบ
4. ชั่งมวลทั้งหมดที่จะใช้ถ่วงสปริงให้ยืดด้วยเครื่องชั่งดิจิทัล

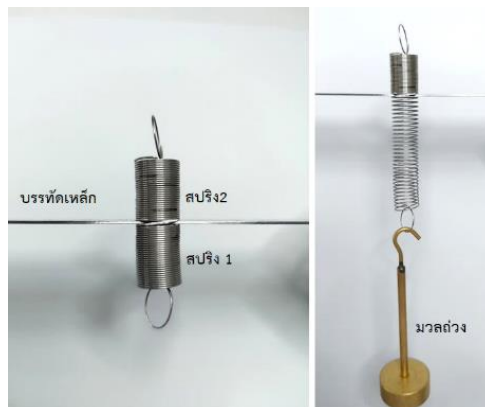
การจัดชุดทดลองกฎของฮุคในรายงานฉบับนี้จะแบ่งเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 หาค่าคงที่สปริงของสปริงทั้งเส้น เพื่อใช้เป็นค่าอ้างอิงและหาค่ามอดูลัสเฉือน โดยเสียบบรรทัดเหล็กไว้ที่จุดลวดที่อยู่ด้านบนสุดของสปริง ตามภาพที่ 3



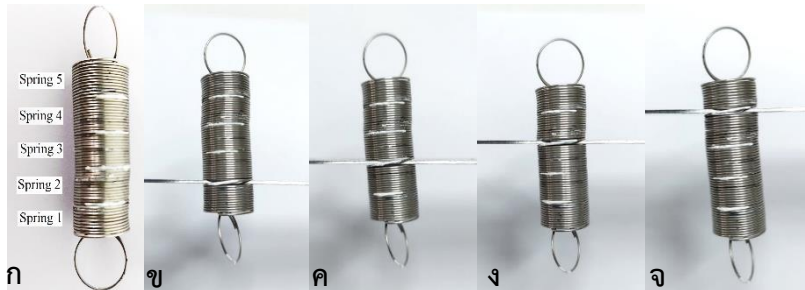
ภาพที่ 3 การจัดชุดทดลองตอนที่ 1

ตอนที่ 2 หาค่าคงที่สปริงในกรณีกันแบ่งครึ่งสปริงออกเป็น 2 ส่วน โดยเสียบบรรทัดเหล็กที่จุดลวดตรงกลางของสปริง ซึ่งจะกำหนดให้ส่วนของสปริงที่อยู่ด้านล่างเป็นเสมือนสปริงตัวที่ 1 และส่วนของสปริงที่อยู่ด้านบนเป็นเสมือนสปริงตัวที่ 2 ตามภาพที่ 4



ภาพที่ 4 การจัดชุดทดลองตอนที่ 2

ตอนที่ 3 หาค่าคงที่สปริงโดยแบ่งสปริงออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน เพื่อแสดงให้เห็นว่าค่าคงที่สปริงแปรผกผันกับความยาวของสปริง โดยทำการแบ่งขดลวดของสปริงออกเป็น 5 ส่วน ด้วยการใช้สิ่วขาวทาขดลวดที่ 12, 24, 36 และ 48 ตามภาพที่ 5ก ทำให้เหมือนมีสปริงจำนวน 5 ตัวที่ต่ออนุกรมกัน ในการทดลองแต่ละกรณีจะเสียบบรรทัดเหล็กไว้ด้านล่างของขดลวดที่ทาสี ตามภาพที่ 5ข-5จ



ภาพที่ 5 การแบ่งสปริงออกเป็น 5 ส่วนสำหรับการทดลองตอนที่ 3

แต่ละตอนจะมีวิธีการทดลองแบบเดียวกัน คือ ใช้มวลแขวนที่ปลายล่างของสปริง ใช้ดิจิทัลเวอร์เนียร์คาลิเปอร์ วัดระยะยืดของสปริงที่มวลถ่วงค่าต่าง ๆ แล้วนำค่าของระยะยืดของสปริงกับน้ำหนักของมวลถ่วงมาเขียนกราฟ โดยให้ระยะยืดของสปริงอยู่ในแกนนอน ความชันของกราฟจะเป็นค่าคงที่ของสปริงในกรณีต่าง ๆ ทั้ง 3 ตอน โดยที่จุดตัดแกนตั้งจะเป็นค่าของแรงตึงเริ่มต้น

ผลการวิจัย

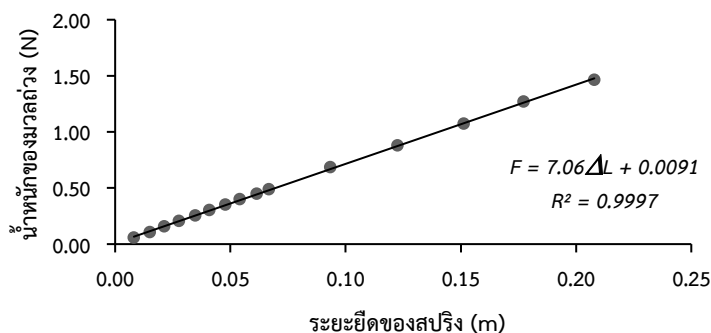
ข้อมูลพื้นฐานของสปริงที่ใช้ในการทดลองเพื่อใช้ในการคำนวณค่าคงที่สปริงในเชิงทฤษฎีตามสมการที่ (7) แสดงได้ตามตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ข้อมูลของสปริงที่ใช้ในการทดลอง

ตัวแปร	ค่าคงที่ของสปริงทั้งเส้น (mm)
เส้นผ่าศูนย์กลางภายนอกของสปริง (D_{out})	11.75
เส้นผ่าศูนย์กลางของลวดสปริง (d)	0.50
เส้นผ่าศูนย์กลางเฉลี่ยของสปริง (D)	11.25
ความยาวของสปริง (L_0)	30.00

ตอนที่ 1 หาค่าคงที่สปริงของสปริงทั้งเส้น

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ทำให้สปริงยืด (น้ำหนักของมวลถ่วง) กับระยะยืดของสปริงด้วยวิธีเชิงสถิติตามกฎของฮุคที่เป็นมาตรฐานทั่วไป (ภาพที่ 6)



ภาพที่ 6 แรงที่ทำให้สปริงยืดออกเป็นฟังก์ชันของระยะยืด กรณีของสปริงทั้งเส้นที่ยาว 30 mm

เมื่อนำค่าคงที่สปริงเฉลี่ยที่ได้ และจากข้อมูลสปริงในตารางที่ 1 จะคำนวณหาค่ามอดูลัสเฉือนของวัสดุที่ใช้ทำสปริง โดยอาศัยสมการ (7) ได้

$$S = \frac{8ND^3k}{a^4} = \frac{8(60)(11.25 \times 10^{-3})^3(7.06)}{(0.5 \times 10^{-3})^4} = 77.20 \text{ GPa}$$

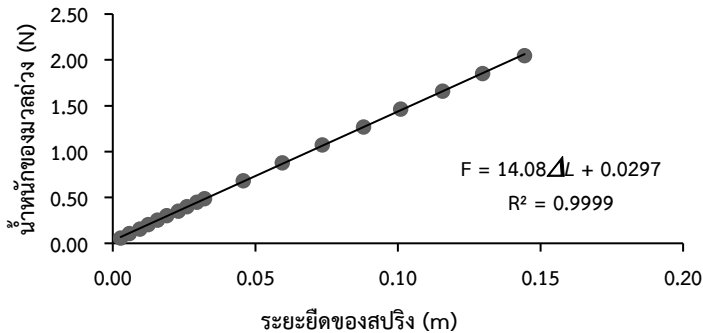
ตอนที่ 2 หาค่าคงที่สปริงในกรณีกั้นแบ่งครึ่งสปริงออกเป็น 2 ส่วน

เมื่อใช้บรรทัดเหล็กกั้นแบ่งครึ่งสปริงออกเป็น 2 ส่วน จะเสมือนเป็นการนำสปริง 2 เส้น มาต่ออนุกรมกัน ได้ผลการทดลองตามกราฟในภาพที่ 7 และภาพที่ 8

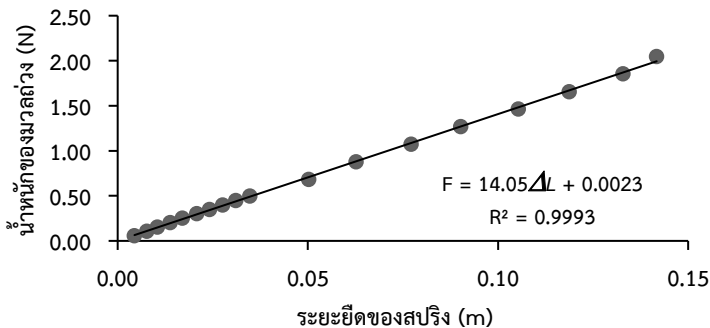
เมื่อนำค่าคงที่สปริงทั้งสองส่วนที่ได้จากความชันของกราฟตามภาพที่ 7 และ 8 โดยสปริงครึ่งแรกมีค่าคงที่สปริงเฉลี่ยเท่ากับ 14.08 N/m และสปริงอีกครึ่งมีค่าคงที่เฉลี่ย 14.05 N/m ตามลำดับ เมื่อนำค่าทั้งสองมาหาค่าคงที่เฉลี่ยด้วยสมการ (3) จะได้

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{14.08} + \frac{1}{14.05}$$

$$k = 7.03 \text{ N/m}$$



ภาพที่ 7 แรงที่ทำให้สปริงยืดออกเป็นฟังก์ชันของระยะยืดของสปริงครึ่งแรก



ภาพที่ 8 แรงที่ทำให้สปริงยืดออกเป็นฟังก์ชันของระยะยืดของสปริงครึ่งหลัง

ตอนที่ 3 หาค่าคงที่สปริงโดยแบ่งสปริงออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

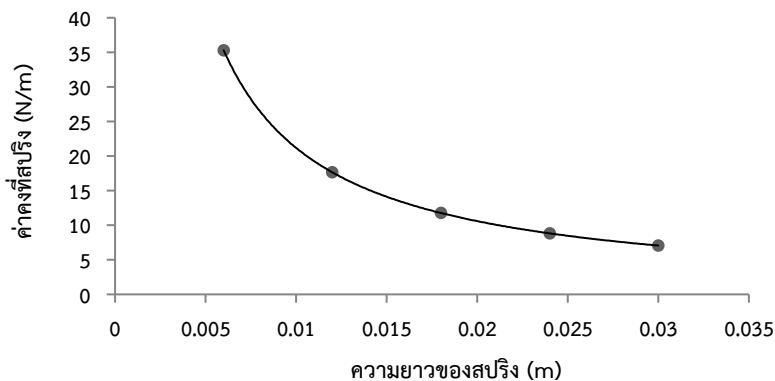
เมื่อใช้บรรทัดเหล็กกั้นแบ่งสปริงเป็น 5 ส่วน เท่า ๆ กัน และทำการทดลองแบบเดียวกับตอนที่ 1 และ 2 จะได้ค่าคงที่สปริงจากการทดลองที่กำหนดเป็น k_{exp} โดยอาศัยสมการ (7) และค่ามอดูลัสเฉือนที่ได้จากการทดลองตอนที่ 1 มาคำนวณค่าคงที่สปริงแต่ละส่วนที่กำหนดเป็น k_{cal} จะได้ผลการทดลองและการคำนวณที่แสดงได้ตามตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ค่าคงที่สปริงที่แบ่งเป็นความยาวต่าง ๆ

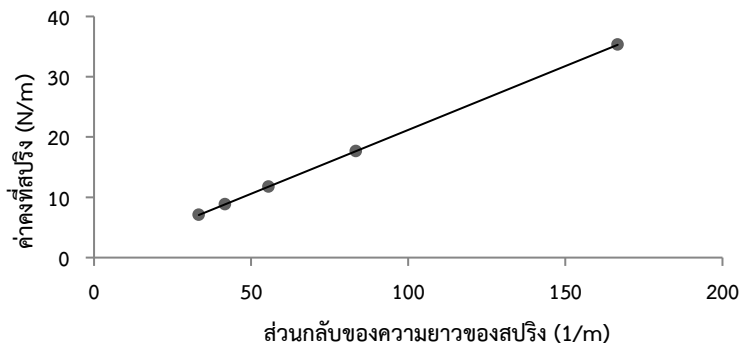
N (รอบ)	L_0 (m)	$1/L_0$ (m^{-1})	k_{exp} (N/m)	k_{cal} (N/m)	$k_{av} = (k_{exp} + k_{cal})/2$	เปอร์เซ็นต์ ความแตกต่าง*
12	0.006	166.67	35.28	35.30	35.29	0.06
24	0.012	83.33	17.63	17.65	17.64	0.11
36	0.018	55.56	11.72	11.77	11.74	0.43
48	0.024	41.67	8.80	8.83	8.81	0.34
60	0.030	33.33	7.06	7.06	7.06	0.00

* ใช้ค่าคงที่สปริงเฉลี่ยเป็นค่าอ้างอิงในการหาเปอร์เซ็นต์ความแตกต่าง

จากผลการทดลองตามตารางที่ 2 เมื่อนำมาเขียนกราฟระหว่างค่าคงที่สปริง (k_{exp}) กับความยาวของสปริง (L_0) และกราฟระหว่างค่าคงที่สปริงกับส่วนกลับของความยาวของสปริง ($1/L_0$) ได้กราฟดังภาพที่ 9 และภาพที่ 10 ตามลำดับ



ภาพที่ 9 กราฟระหว่างค่าคงที่สปริงกับความยาวของสปริง



ภาพที่ 10 กราฟระหว่างค่าคงที่สปริงกับส่วนกลับของความยาวของสปริง

สรุปผลการวิจัย

ถึงแม้ว่าในรายงานฉบับนี้จะอาศัยวิธีการทดลองเกี่ยวกับสปริงด้วยวิธีการวัดระยะยืดของสปริงในสภาวะสมดุลตามกฎของฮุคที่เป็นมาตรฐานทั่วไปโดยเป็นการหาค่าคงที่สปริงเท่านั้น แต่ในรายงานนี้ได้นำเสนอวิธีการและแนวทางการวิเคราะห์เพิ่มเติมในส่วนของแรงตึงเริ่มต้น การพิสูจน์การหาค่าคงที่สปริงในกรณีของการนำสปริง 2 อัน มาต่ออนุกรมโดยการใช้สปริงเพียงตัวเดียว การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่กับความยาวของสปริง และการหาค่ามอดูลัสเฉือนของวัสดุที่ใช้ทำสปริง โดยค่ามอดูลัสเฉือนที่คำนวณได้จากการทดลองมีค่าเท่ากับ 77.20 GPa ซึ่งใกล้เคียงกับค่ามอดูลัสเฉือนของเหล็กกล้าคาร์บอน (carbon steel) คือ 76.59 GPa โดยมีความแตกต่างร้อยละ 0.81 ผู้วิจัยเชื่อว่าแนวทางการทดลองที่นำเสนอในบทความนี้จะทำให้การทดลองเกี่ยวกับสปริงมีความน่าสนใจมากขึ้น และการทดลองนี้น่าจะพัฒนาเพื่อใช้หาค่ามอดูลัสยืดหยุ่นได้

อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ตอนที่ 1 จากกราฟผลการทดลองตามภาพที่ 4 แรงดึงกับระยะยืดของสปริงมีความสัมพันธ์กันแบบเชิงเส้นโดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (R^2) ถึงร้อยละ 99.97 และจากความชันของกราฟพบว่า ค่าคงที่สปริงเฉลี่ยของสปริงที่ใช้ทดลองเท่ากับ 7.0611 N/m และมีค่าแรงดึงเริ่มต้นเฉลี่ยเท่ากับ 0.0091 N

พิจารณาค่ามอดูลัสเฉือนของวัสดุ 3 ชนิด คือ เหล็กคาร์บอน (carbon steel) $S_{\text{carbon steel}} = 76.59 \text{ GPa}$ เหล็กไร้สนิม (stainless steel) $S_{\text{stainless steel}} = 77.97 \text{ GPa}$ และเหล็กหล่อ (steel cast) $S_{\text{steel cast}} = 77.83 \text{ GPa}$ เมื่อนำไปคำนวณค่าคงที่สปริงด้วยสมการ (7) จะได้เท่ากับ 7.00, 7.13 และ 7.12 N/m ตามลำดับ ดังนั้น จะเห็นว่าสปริงที่ใช้ในการทดลองน่าจะมาจากเหล็กคาร์บอน เนื่องจากค่าคงที่สปริงมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง

ตอนที่ 2 จากผลการทดลองพบว่า ค่าคงที่สปริงรวมเฉลี่ยของสปริง 2 ตัวที่ต่ออนุกรมกันมีค่าใกล้เคียงกับค่าคงที่สปริงที่หาได้จากตอนที่ 1 โดยมีความแตกต่างกันร้อยละ 0.39

ตอนที่ 3 จากตารางที่ 2 จะพบว่า ค่าคงที่สปริงที่ความยาวต่าง ๆ กันของสปริงที่คำนวณด้วยสมการ (7) มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการทดลอง โดยมีความแตกต่างกันน้อยกว่าร้อยละ 0.50

จากกราฟในภาพที่ 9 นั้น จะพบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดมีความสัมพันธ์ไฮเปอร์โบลา ซึ่งสอดคล้องกับสมการ (2) ในขณะที่กราฟตามภาพที่ 10 นั้น จะเห็นว่าแรงดึงมีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับส่วนกลับของระยะยืด แสดงให้เห็นว่าค่าคงที่สปริงจะแปรผกผันกับความยาวของสปริง ตามสมการ (2)

ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยนี้ คือ การทดลองที่นำเสนอในรายงานฉบับนี้สามารถลดจำนวนเครื่องมือได้โดยไม่ต้องใช้ดิจิทัล เวอร์เนียร์ คาลิเปอร์ และดิจิทัลไมโครมิเตอร์ กล่าวคือ ใช้เพียงเครื่องชั่งดิจิทัลสำหรับการชั่งมวลเท่านั้น ส่วนการวัดความยาวและระยะยืดของสปริง ตลอดจนขนาดของลวดที่ใช้ทำสปริง สามารถใช้การถ่ายภาพ แล้วนำไปวิเคราะห์หาระยะได้ด้วยโปรแกรม เช่น โปรแกรม ImageJ เป็นต้น หรือใช้โปรแกรม Paint ร่วมกับ Microsoft Excel ก็ได้

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณสาขาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์ลำปาง ที่สนับสนุนสถานที่ห้องวิทยาศาสตร์บูรณาการ วัสดุ อุปกรณ์ และเครื่องมือ ทำให้การศึกษานี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี และขอขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์จรงค์ สิทธิรักษ์ สถาบันภาษาศูนย์ลำปาง เป็นอย่างสูงที่ช่วยตรวจทานภาษาอังกฤษในส่วนของบริษัทย่อภาษาอังกฤษ

เอกสารอ้างอิง

- Associated Spring®/Barnes Group inc. 2005. Engineering guide to spring design. [Online]. Available: www.technicalbookspdf.com. (Retrieved December, 2020).
- Boscolp, I. and R. Loewenstein. 2011. The spring-mass experiment as a step from oscillations to wave mass and friction issues and their approaches. *Lat. Am. J. Phys. Educ.* 5(2): 409-417.
- Eduardo, E.R. and G.A. Gesnoui. 2007. Effective Mass of Spring and Oscillating Spring. *The Physics Teacher.* 45(2): 100-103.
- Euler, M. 2008. Hooke's law and material science projects: exploring energy and entropy spring. *Phys. Educ.* 43(1): 57-61.
- Glaser, J. 1991. A jolly project for teaching Hooke's law. *Phys. Teach.* 27: 552-553.
- Gluck, P. 2010. A project on soft and the slinky. *Phys. Educ.* 45(2): 178-185.
- James, T.C. 1984. The spring-mass system revisited. *Am. J. Phys.* 52(10): 925-933.
- Peter, J.J. 2004. Two experiments to teach modulus of elasticity and modulus of rigidity. pp. 9.1326/1-10. *In: Proceeding of 2004 American Society for Engineering Education annual conference & exposition.* Salt Lake City, Utah.
- Richard, G.B. and J.K. Nisbett. 2011. *Shigley's Mechanical Engineering Design* 9th Edition. McGraw-Hill. USA.
- Sears F, Zemansky M. and Young. 1976. *University Physics* 5th Edition. Addison-Wesley Publishing Company. UAS.
- Sears, F., Zemansky, M. and H. Young. 1976. *University Physics*, Addison-Wesley. Publishing Company. UAS.
- Serna, J.D. and A. Joshi. 2011. Studying springs in series using a single spring. *Phys. Educ.* 43(1): 33-40.
- Triana, C.A. and F. Fajardo. 2013. Experimental study of simple harmonic motion of a spring-mass system as a function of spring diameter. *Revista Brasileira de Fisica.* 35(4): 4305/1-8.
- Vishalashi, R. 2017. Application of Hooke's law in elasticity. *Indian Journal of Research.* 6(11): 545-547.
- William, H.B. 2019. A Simple Model of Initial Tension in Springs. *The Physics Teacher.* 57(6): 400-402.

